



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ



Кафедра математического и естественнонаучного образования  
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»

# От анализа достижения предметных результатов по итогам ОГЭ к выстраиванию траектории повышения качества обучения по математике

региональный семинар-практикум

Янаева Ольга Николаевна, учитель математики  
МБУ «Гимназия №35» г.о.Тольятти

31.01.2025

# ОГЭ: ТЕКСТОВАЯ ЗАДАЧА №21



«УТВЕРЖДАЮ»

Директор

ФГБНУ «Федеральный институт  
педагогических измерений»

О.А. Решетникова

2024 г.



«СОГЛАСОВАНО»

Председатель

Научно-методического совета  
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

Д.В. Ливанов

« 08 » ноября 2024 г.

Государственная итоговая аттестация по образовательным  
программам основного общего образования в форме  
основного государственного экзамена (ОГЭ)

Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов основного  
государственного экзамена 2025 года  
по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант ОГЭ 2025 г.

МАТЕМАТИКА, 9 класс.

14 / 20

## Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2.  
Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение  
и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20

Решите неравенство  $-\frac{12}{x^2 - 7x - 8} \leq 0$ .

21

Имеются два сосуда, содержащие 10 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 55 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 61 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом растворе?

22

Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

# ОСНОВНЫЕ ПРОВЕРЯЕМЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ



Государственная итоговая аттестация по образовательным  
программам основного общего образования в форме  
основного государственного экзамена (ОГЭ)

Спецификация  
контрольных измерительных материалов  
для проведения в 2025 году  
основного государственного экзамена  
по МАТЕМАТИКЕ

**Прототип 21.** Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение.

**Уровень сложности:** П

**КТ8.** Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение.

# ТРЕБОВАНИЯ К ПРЕДМЕТНЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗ ФГОС 2010Г.

- Развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию)
- Точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики.
- Применение способов поиска решения задачи.
- Составление плана решения задачи, выделение этапов ее решения, интерпретация вычислительных результатов в задаче.
- Исследование полученного решения задачи.

«УТВЕРЖДАЮ»  
Директор  
ФГБНУ «Федеральный институт  
педагогических измерений»  
  
О.А. Решетникова  
«22» августа 2024 г.

«СОГЛАСОВАНО»  
Председатель  
Научно-методического совета  
ФГБНУ «ФИПИ» по математике  
  
Д.В. Ливанов  
«08» ноября 2024 г.

Государственная итоговая аттестация по образовательным программам  
основного общего образования в форме  
основного государственного экзамена (ОГЭ)

Кодификатор  
проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной  
программы основного общего образования и элементов содержания  
для проведения основного государственного экзамена  
по МАТЕМАТИКЕ

# ТИПЫ ЗАДАЧ



## Задачи на движение

- по прямой(навстречу , вдогонку)
- по замкнутой трассе
- по воде
- на среднюю скорость
- на протяженность тел

## Задачи на производительность

- на работу
- на бассейны и трубы

## Задачи на проценты, концентрацию, части и доли

- на проценты и доли
- на концентрацию, смеси и сплавы

## Задачи на числовые последовательности и прогрессии

# КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

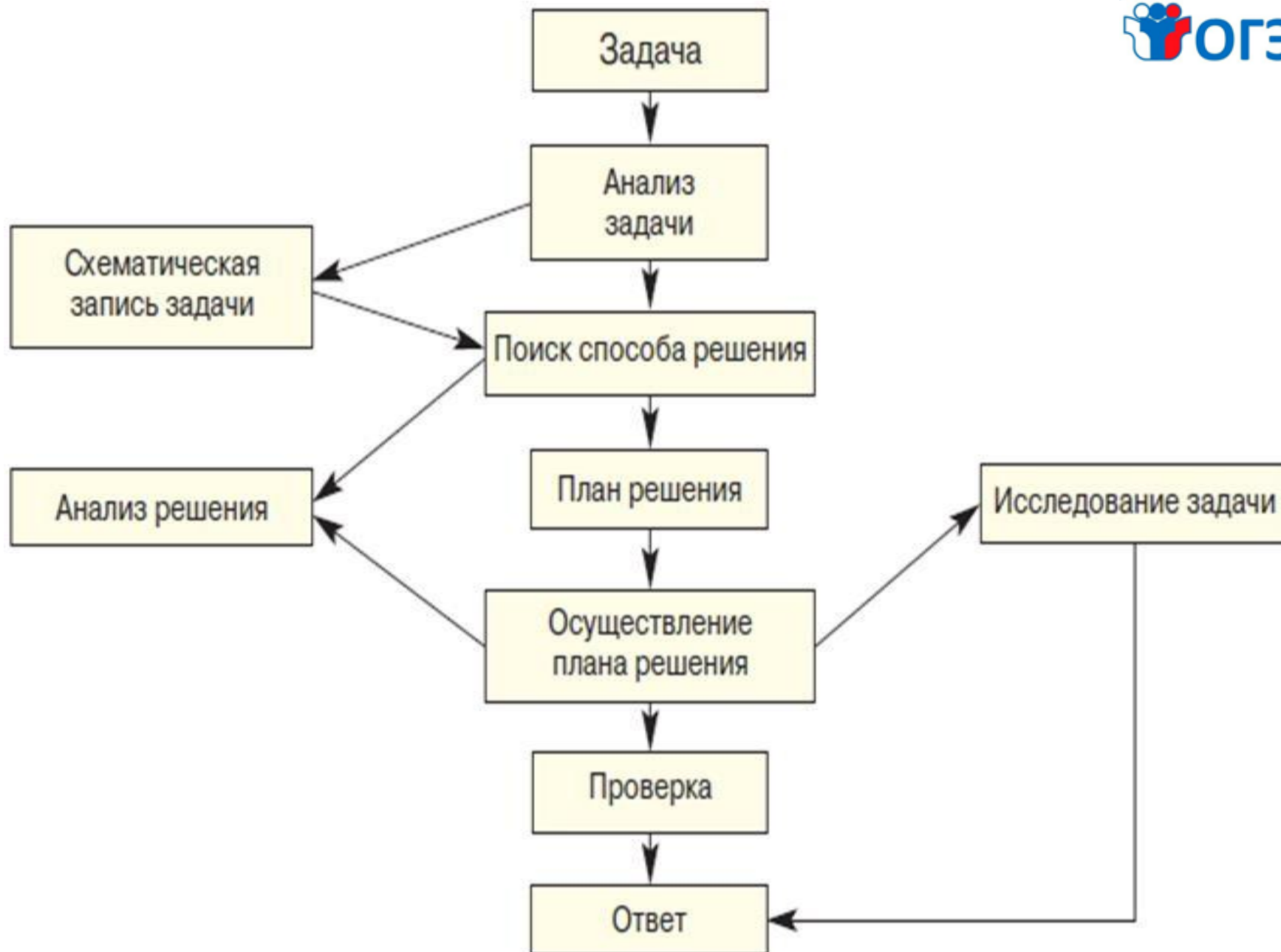
Демонстрационный вариант ОГЭ 2025 г.

МАТЕМАТИКА, 9 класс.

17 / 20

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                                                               | Баллы |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Ход решения задачи верный, получен верный ответ                                                                                                                                                                                                   | 2     |
| Верно составлена математическая модель задачи (в алгебраической или иной форме), однако решение до конца не доведено или содержит ошибки<br>ИЛИ<br>Решение в целом верное, но содержит <u>несущественные недостатки</u> или вычислительные ошибки | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                                               | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                                                 | 2     |

# ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ



# ВОСПРИЯТИЕ И ОСМЫСЛЕНИЕ ЗАДАЧИ



**Цель - понять задачу, то есть выделить все множества и отношения, величины и зависимости между ними, числовые данные, лексическое значение слов.**

**Основные приёмы работы:**

- разбивка текста на смысловые части;**
- постановка специальных вопросов;**
- переформулировка, перефразирование, замена описания термином, синонимом, убрать несущественные слова, конкретизировать;**
- построить модель**

*С методической точки зрения, для полноценной работы над этим этапом работы с задачей ребёнок должен:*

- а) уметь хорошо читать и понимать смысл прочитанного;*
- б) уметь анализировать текст задачи, выявляя его структуру и взаимоотношения между данными и искомым;*
- в) моделировать заданную в задаче ситуацию*

# ПОИСК ПЛАНА РЕШЕНИЯ



**Цель: связать вопрос и условие.**

**Приёмы:**

- рассуждения от условия к вопросу (синтетический способ), от вопроса к условию (аналитический способ), составление уравнения, рассуждение по модели, по словесному заданию отношений;
- название вида задачи;
- знание способа решения «таких» задач

# ВЫПОЛНЕНИЕ ПЛАНА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ



**Цель:** выполнить операции в соответствующей математической области устно или письменно.

**Приёмы:**

**1. Оформление решения в виде записи решения:**

- по действиям с ответом;
- по действиям с пояснениями после каждого действия;
- с вопросами перед каждым действием;
- по действиям с предварительной записью плана;
- числовым выражением;
- схематической моделью;
- комбинированным способом, включающим в себя несколько выше перечисленных.

**2. Выполнение алгоритма решения «таких» задач;**

**3. Название вида задачи**

# ПРОВЕРКА



**Цель:** убедиться в истинности выбранного плана и выполненных действий, после чего сформулировать ответ.

**Приёмы:**

- *до решения:* прикидка ответа или установление границ с точки зрения здравого смысла математики.
- *Во время решения:* по смыслу полученных выражений, осмысление хода решения по вопросам; сравнение хода решения с прогнозом.
- *После решения:* решение другим способом, другим методом, подстановка результата в условие; сравнение с образцом; проверка на малых числах; составление и решение обратной задачи.

# ЗАДАЧА №1



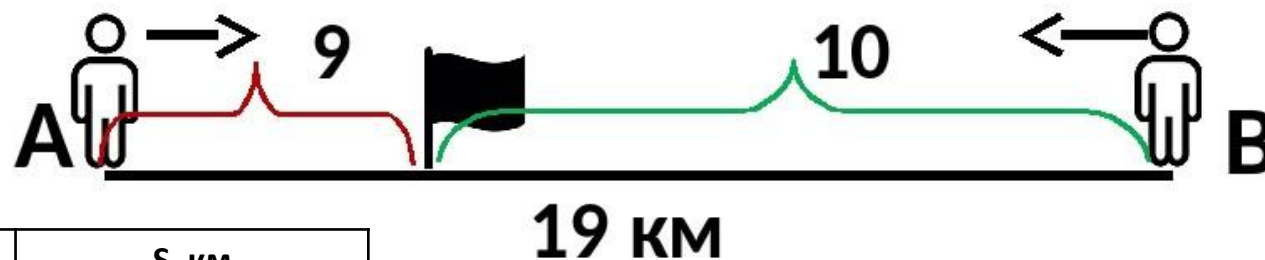
**Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились в 9 км от  $A$ . Найдите скорость пешехода, шедшего из  $A$ , если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход, шедший из  $B$ , и сделал в пути получасовую остановку.**

# ЗАДАЧА №1



Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились в 9 км от  $A$ . Найдите скорость пешехода, шедшего из  $A$ , если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход, шедший из  $B$ , и сделал в пути получасовую остановку.

# ПУТИ РЕШЕНИЯ



|      | υ, км/ч | t, ч             | S, км |
|------|---------|------------------|-------|
| Из А | $x$     | $\frac{9}{x}$    | 9     |
| Из В | $x-1$   | $\frac{10}{x-1}$ | 10    |

$$\frac{10}{x-1} - \frac{9}{x} = \frac{1}{2} \quad x \neq 0, \quad x \neq 1$$

$$20x - 18(x-1) - x(x-1) = 0$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$x_1 = -3$  не подходит по условию

$$x_2 = 6$$

Ответ: 6 км/ч скорость пешехода, шедшего из А

$$\frac{10}{x-1} - \frac{9}{x} = \frac{1}{2}$$

# РЕШЕНИЕ

Пусть скорость пешехода, шедшего из пункта  $A$ , равна  $x$  км/ч,  $x > 1$ . Тогда скорость пешехода, шедшего из пункта  $B$ , равна  $(x-1)$  км/ч.

Составим таблицу по данным задачи:

|                        | Скорость, км/ч | Время, ч         | Расстояние, км |
|------------------------|----------------|------------------|----------------|
| Пешеход, шедший из $A$ | $x$            | $\frac{9}{x}$    | 9              |
| Пешеход, шедший из $B$ | $x-1$          | $\frac{10}{x-1}$ | 10             |

Так как пешеход, шедший из  $A$ , сделал по пути остановку на 0,5ч., а вышли пешеходы одновременно, можно составить следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{10}{x-1} - \frac{9}{x} &= \frac{1}{2} \quad x > 1 \Leftrightarrow 20x - 18(x-1) = x(x-1) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = 6 \end{cases} \quad x > 1 \Leftrightarrow x = 6. \end{aligned}$$

Ответ: 6 км/ч

## ЗАДАЧА №2



**Два автомобиля одновременно отправляются в 420- километровый пробег. Первый едет со скоростью на 24 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 2 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.**

**Решение:** Пусть скорость первого автомобиля равна  $x$  км/ч ( $x > 24$ ), тогда скорость второго  $(x - 24)$  км/ч.

|              | $v$ (км/ч) | $t$ (ч)              | $S$ (км) |
|--------------|------------|----------------------|----------|
| 1 автомобиль | $x$        | $\frac{420}{x}$      | 420      |
| 2 автомобиль | $x - 24$   | $\frac{420}{x - 24}$ | 420      |

Учитывая, что первый автомобиль прибывает к финишу на 2 часа быстрее второго, составим и решим уравнение.

$$\begin{aligned}\frac{420}{x} &= \frac{420}{x - 24} - 2 \\ \frac{420}{x - 24} - \frac{420}{x} &= 2 \\ \frac{420x - 420x + 24 \cdot 420}{(x - 24) \cdot x} &= 2 \\ \frac{24 \cdot 420}{(x - 24) \cdot x} &= \frac{2}{1}\end{aligned}$$

Учитывая, что  $x > 24$ :

$$24 \cdot 420 \cdot 1 = 2 \cdot (x - 24) \cdot x$$

$$x^2 - 24x - 5040 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 144 + 5040 = 5184 = 72^2$$

$$\begin{cases} x = 12 + 72 \\ x = 12 - 72 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 84 \\ x = -60 \text{ (не удовлетворяет условию } x > 24) \end{cases}$$

**Ответ:** скорость первого автомобиля равна 84 км/ч.

## ЗАДАЧА №3



**Расстояние между пристанями А и В равно 108 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 50 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.**



# РЕШЕНИЕ



Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна  $x$  км/ч ( $x > 5$ ). Тогда скорость по течению равна  $(x + 5)$  км/ч, а скорость против течения  $(x - 5)$  км/ч. Моторная лодка прошла 108 км по течению и 108 км против течения.

| Лодка          | $v$ (км/ч) | $t$ (ч)             | $S$ (км) |
|----------------|------------|---------------------|----------|
| по течению     | $x + 5$    | $\frac{108}{x + 5}$ | 108      |
| против течения | $x - 5$    | $\frac{108}{x - 5}$ | 108      |

По условию задачи плот проплыл 50 км со скоростью 5 км/ч, т.е.  $50/5 = 10$  часов, а моторная лодка на 1 час меньше, т.е.  $10 - 1 = 9$  часов. Составим и решим уравнение, учитывая, что  $x > 5$ .

$$\frac{108}{x + 5} + \frac{108}{x - 5} = 9$$

$$\frac{216x}{(x + 5)(x - 5)} = 9$$

$$216x = 9(x + 5)(x - 5)$$

$$x^2 - 24x - 25 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 12^2 + 25 = 144 + 25 = 169 = 13^2$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = -1 \text{ (не удовлетворяет условию } x > 5) \\ x = 25 \end{array} \right.$$

**Ответ:** скорость лодки в неподвижной воде 25 км/ч.

## ЗАДАЧА №4



**Первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 180 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает первый рабочий?**



## РЕШЕНИЕ:



Пусть  $x$  деталей в час делает первый рабочий, тогда второй рабочий делает  $(x - 5)$  деталей в час. Заказ, состоящий из 180 деталей, первый рабочий делает на 3 часа быстрее второго рабочего.

Составим и решим уравнение, учитывая, что *производительность первого рабочего больше 5 деталей в час.* ( $x > 5$ )

$$\frac{180}{x - 5} - \frac{180}{x} = 3$$

|           | $v$ (деталей/ч) | $t$ (ч)             | $A$ (деталей) |
|-----------|-----------------|---------------------|---------------|
| 1 рабочий | $x$             | $\frac{180}{x}$     | 180           |
| 2 рабочий | $x - 5$         | $\frac{180}{x - 5}$ | 180           |

$$\frac{180x - 180(x - 5)}{(x - 5)x} = 3$$

$$\frac{60 \cdot 5}{(x - 5)x} = 1$$

$$x^2 - 5x - 300 = 0$$

$$D = 25 + 1200 = 1225 = 35^2$$

$$\begin{cases} x = 20 \\ x = -17,5 \text{ (не удовлетворяет условию } x > 5) \end{cases}$$

Ответ: 20.

*Если вы хотите научиться плавать,  
то смело входите в воду, а если хотите  
научиться решать задачи, то решайте их.*

*Д. По́я*

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!**